

Раскачка воздуха

И. И. Кравченко

3 августа 2026 г.

Решаем задачу по физике из сборника Савченко [1]. Опубликовано впервые на [«Savchenko Solutions»](#).

3.9.14*. Между жесткими параллельными стенками находится воздух. Одна из стенок начинает поперечное гармоническое движение с амплитудой A_0 и частотой ω . Расстояние между стенками $L \gg A_0$. До какой амплитуды смещения в пучности «раскачает» воздух эта стенка? Оцените время раскачки, если скорость звука в воздухе равна c .

1 Механизм

Под *раскачкой* понимаем выведение системы из равновесия при частоте близкой(!) к резонансной системы. Покажем сначала, как происходит раскачка.

Пусть колебания смещения стены описываются

$$y^* = -A_0 \cos \omega t.$$

(Закон можно изменить, это не повлечет.)

Пусть колеблющаяся стена слева от правой неподвижной стены. После $t = 0$ вправо от колеблющейся стены начнется распространение первой прямой синусоидальной волны.

В момент прибытия первой прямой волны к неподвижной стене от этой стены влево начинает распространение первая обратная синусоидальная волна (см. задачу 3.8.4 из Савченко).

В момент прибытия первой обратной волны к колеблющейся стене получается первая частичная стоячая волна с амплитудой $2A_0$ на всем промежутке L .

Дальше появляется вторая прямая волна, которая даст вторую обратную, и они сформируют вторую частичную стоячую. И так далее.

Результирующее смещение в любой точке есть сумма смещений всех прямых и обратных волн. Так как попарно прямые и обратные образуют частичные стоячие, то можно сказать, что результирующее смещение в любой точке есть сумма смещений от всех частичных стоячих волн.

Сложение частичных стоячих волн не сложное. Так как справа стена неподвижная, то пучности смещения всех частичных стоячих находятся на расстояниях от неподвижной стены

$$\frac{\lambda}{4} + k \frac{\lambda}{2},$$

где k — целое число (см. задачу 3.8.4). (Вы можете представить, что образуется только одна пучность от каждой частичной для простоты на промежутке L , а потом уже делать выводы.)

Поэтому, чтобы найти результирующее смещение в пучности результирующей стоячей, нужно сложить смещения частичных стоячих волн в координате этой пучности. Если получается несколько пучностей результирующей, то в общем все пучности равноправны.

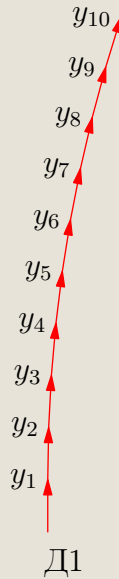
Когда частота колеблющейся стены близка к резонансной, то когда вторая прямая волна начнет движение от колеблющейся стены, ее смещение будет отличаться от первой прямой волны на малую(!) фазу (угол)

$$\delta = \omega \frac{2L}{c},$$

где $\frac{2L}{c}$ — время, затраченное на проход волны от колеблющейся к неподвижной стене и обратно. Тут малость $\delta \ll \pi$ с приведением $-\pi \leq \delta \leq \pi$.

Соответственно на такую фазу δ будут отличаться и смещения в пучности первой и второй частичных стоячих. То же верно и для пар вторая-третья, третья-четвертая и т. д.

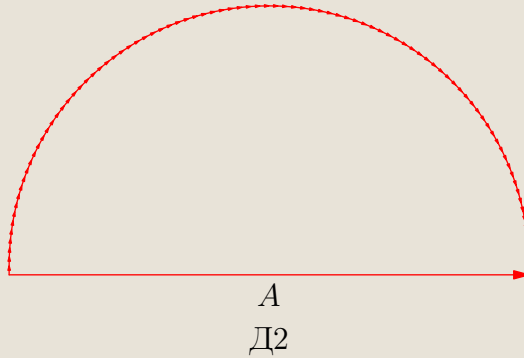
Наложение смещений в пучности первой, второй, третьей и т. д. частичных стоячих удобно показать на векторной диаграмме. Посмотрим пример для первых 10 таких.



Первая стрелка y_1 изображает колебание в пучности первой частичной стоячей, ее длина $2A_0$. Вторая y_2 , отклоненная на δ от первой, изображает колебание в том же месте пучности для второй частичной стоячей, она тоже длиной $2A_0$ и т. д.

Вектор из начала в конец дает суммарное смещение в данной точке от всех 10 наложений.

Получается, что амплитуда в результирующей стоячей после включения системы растет. Рост заканчивается, когда стрелки вычертят полуокружность.



Наибольшая амплитуда в результирующей стоячей обозначена A .

Так объясняется раскачка.

При частоте, близкой к резонансной, рост амплитуды в пучности монотонный. При не близкой частоте амплитуда меняется в общем скачкообразно в разную сторону через каждые $2L/c$ (посмотрите).

2 «Раскачанная» амплитуда

Когда эта наибольшая амплитуда A достигнута, мы можем записать уравнение стоячей результирующей (см. задачу 3.8.4)

$$Y = A \sin(kx) \sin(\omega t),$$

где $k = 2\pi/\lambda$.

Это подобранная зависимость. Здесь считалось, что колеблющаяся стенка в координате $x = -L$, а неподвижная — в $x = 0$. При $x = 0$ имеем $Y = 0$ (стена), что дается частью $\sin(kx)$. Для «временного» синуса выбран произвольный закон, без ограничений. (Можно выводить и строго для стоячей через общий вид уравнения для нее. Вариант $-\sin(kx)$ дает те же следствия.)

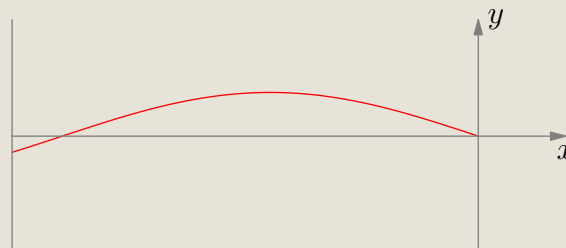
Максимум смещения результирующей на стене колеблющейся должен равняться максимуму смещения стены самой

$$A_0 = A |\sin(-kL)|$$

(модуль означает интерес к положительным значениям), откуда можно

$$A = \frac{A_0}{|\sin(\omega L/c)|}.$$

Еще подробности. Колеблющаяся стенка может «обрезать» стоячую волну так, что амплитуда смещения в ее координате не будет равна амплитуде в пучности. Вот пример картины для одной пучности в стоячей для такого случая.



Д3

В этом примере два узла — две точки пересечения с осью x (координатная ось). В них колебаний вообще нет. Так как стоячая должна сохранять форму синуса, то уже отсюда видно, что амплитуда колебания смещения на колеблющейся стене не равна амплитуде в пучности, которая лежит между узлами ближайшими.

Вот так у нас может у колеблющейся стены образоваться кусок, некратный(!) четверти волны $\lambda/4$. (Рассмотрите и другие случаи обрезания стоячей.)

3 Время раскачки

По диаграмме Д2 (полукруг из стрелок) число стрелок по малости $2A_0 \ll A$

$$N \approx \frac{\frac{\pi}{2}A}{2A_0}.$$

Каждое добавление стрелки требует время

$$\frac{2L}{c},$$

поэтому время раскачки

$$\tau \approx N \frac{2L}{c} = \frac{\pi}{2} \frac{L}{c} \frac{1}{|\sin(\omega L/c)|},$$

что оценивается

$$\boxed{\tau \sim \frac{L}{c} \frac{1}{|\sin(\omega L/c)|}.$$

Литература

- [1] И. И. Воробьев, П. И. Зубков, Г. А. Кутузова, О. Я. Савченко, А. М. Трубачев и В. Г. Харитонов. *Задачи по физике*. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2008.
- [2] И. К. Белкин. «Гармонические колебания. Сложение колебаний». В: *Квант* 9 (1984).
- [3] И. Е. Иродов. *Волновые процессы*. Бином, 2015.
- [4] Д. В. Сивухин. *Общий курс физики. Механика*. Наука, 1979.
- [5] Д. В. Сивухин. *Общий курс физики. Электричество*. Наука, 1979.
- [6] Д. В. Сивухин. *Общий курс физики. Оптика*. Наука, 1980.
- [7] М. А. Исакович. *Общая акустика*. Наука, 1973.
- [8] Ю. М. Волченко. *Научная графика на языке Asymptote*. 2018.
- [9] Charles Staats III. *Пособие по Asymptote*. 2022.