

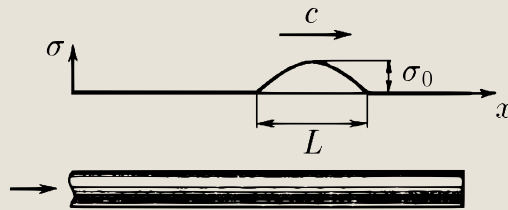
Откол стекла

И. И. Кравченко

28 августа 2026 г.

Решаем задачу по физике про откольное разрушение из сборника Савченко [1]. Опубликовано впервые на «Savchenko Solutions».

3.8.9*. Предел прочности керамики и стекол на разрыв значительно меньше, чем на сжатие. Из-за удара по левому концу стеклянного стержня побежала волна сжатия — «полуволна» синусоиды с амплитудой напряжения σ_0 и протяженностью L . Какой участок стержня отколется, если предел прочности на разрыв $\sigma^* < \sigma_0$? Рассмотрите случаи $\sigma_0 \gg \sigma^*$ и $\sigma_0 \approx \sigma^*$.

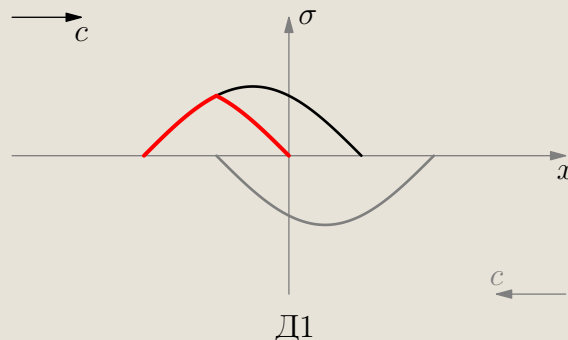


1 Диаграммы

В условии переобозначен предел прочности на разрыв σ^* . В задаче под прочностью на разрыв понимается прочность на растягивающее напряжение.

Начинаем смотреть диаграммы напряжения (изменения давления) после касания прямой волны бегущей (см. рисунок к задаче) свободной границы стержня, к которой изначально двигалась положительная полуволна напряжения. Эта свободная граница совпадает на диаграммах с вертикальной осью, на которой откладываем значения напряжения σ .

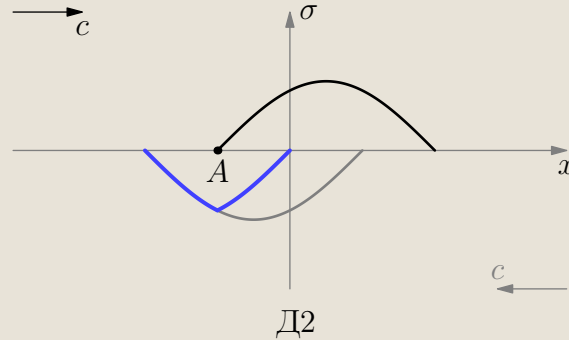
Пусть прямая волна бегущая вошла в границу на расстояние, меньшее $L/2$. Вот диаграмма (используем прием задачи 3.8.6 (Савченко) в терминах напряжения).



Из анализа рисунка Д1 при вхождении прямой волны в границу на расстояние, меньшее $L/2$, в стержне нет растяжения и не может быть откола (откол есть разрушение в точке, в которой превышена прочность на растяжение).

Ясно, что если прямая бегущая вошла в границу на расстояние $L/2$, то напряжение в стержне отсутствует (постройте диаграмму, чтобы убедиться).

Теперь пусть прямая волна бегущая вошла в границу на расстояние, большее(!) $L/2$. Вот диаграмма.



Из анализа рисунка Д2 при вхождении прямой волны в границу на расстояние, большее $L/2$, в стержне только точки с растяжением (отрицательное напряжение) и в какой-то точке может быть превышено по модулю максимальное напряжение растяжения σ^* .

2 Точка откола

Случаи под диаграмму Д2 дают понять, что максимальное напряжение растяжения всегда под крайней левой точкой прямой бегущей, под точкой А на диаграмме Д2. В этой точке и произойдет откол.

Кто-то додумается, что после момента времени, когда прямая вошла в границу на $L/2$, модуль напряжения под точкой А меняется по закону синуса: точке А отвечает значение напряжения в обратной бегущей под ней.

Если дальнейшее решение связано с точкой А, перейдем в систему, связанную с точкой А. В таком случае модуль напряжения под ней меняется по синусу (после начала появления растяжения в стержне). Тогда обратная волна пробегает точку А со скоростью $2c$, и если виртуально продолжать синусоидальный профиль обратной, то значение под точкой А меняется периодически с периодом $T = 2L/(2c)$.

Итак, закон изменения напряжения растяжения (модуль) после появления растяжения

$$\sigma = \sigma_0 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t \right).$$

Отсюда время τ после появления растяжения, когда появится точка откола

$$\tau = \frac{L}{2\pi c} \arcsin \left(\frac{\sigma^*}{\sigma_0} \right).$$

Расстояние от границы, на котором достигнут будет максимум растяжения (см. Д2)

$$l = \frac{L}{2} - c\tau$$

и

$$l = \frac{L}{2} \left(1 - \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\sigma^*}{\sigma_0} \right).$$

При $\sigma_0 \gg \sigma^*$:

$$l \approx \frac{L}{2} \left(1 - \frac{1}{\pi} \frac{\sigma^*}{\sigma_0} \right) \approx \frac{L}{2}.$$

При $\sigma_0 \approx \sigma^*$:

$$l \approx \frac{L}{2} \left(1 - \frac{1}{\pi} \frac{\pi}{2} \right) \approx \frac{L}{4}.$$

Литература

Литература

- [1] И. И. Воробьев, П. И. Зубков, Г. А. Кутузова, О. Я. Савченко, А. М. Тру-
бачев и В. Г. Харитонов. *Задачи по физике*. Новосибирск: Новосибирский
государственный университет, 2008.
- [2] В. И. Феодосьев. *Сопротивление материалов*. Наука, 1986.
- [3] С. Г. Андреев и др. *Физика взрыва*. Наука, 2004.
- [4] И. Е. Иродов. *Волновые процессы*. Бином, 2015.
- [5] Д. В. Сивухин. *Общий курс физики. Механика*. Наука, 1979.
- [6] Ю. М. Волченко. *Научная графика на языке Asymptote*. 2018.
- [7] Charles Staats III. *Пособие по Asymptote*. 2022.