

КОМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД

И. И. Кравченко

Олимпиадная физика Physway

Комплексный метод для *линейных* цепей *синусоидального* тока при *установившемся* режиме состоит в том, что токи и напряжения в цепи изображаются упрощенно в *комплексных числах* в форме

$$x = X e^{i\varphi}, \quad (1)$$

где X — амплитуда тока (напряжения), φ — начальная фаза тока (напряжения).

Резисторы, катушки и конденсаторы представляются *комплексными сопротивлениями* соответственно

$$Z_R = R, \quad Z_L = i\omega L, \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C},$$

(это аналоги обычных сопротивлений, но в комплексных числах).

Таким образом, произвольная цепь переменного тока сводится к подобию цепи постоянного тока и может быть рассчитана любыми методами для цепей постоянного тока. Законы изменения токов и напряжений могут быть восстановлены по формуле (1) и ее обозначениям.

Удобство метода состоит в том, что нет надобности оперировать с громоздкими выражениями, содержащими функции синус или косинус.

Необходимые сведения по комплексным числам, разбор задач и обоснования метода в материалах:

- И. Яковлев. [Комплексные числа и переменный ток](http://mathus.ru). mathus.ru.
- «Фейнмановские лекции по физике» (выпуск 2, глава «Резонанс», параграф «Комплексные числа и гармоническое движение»).

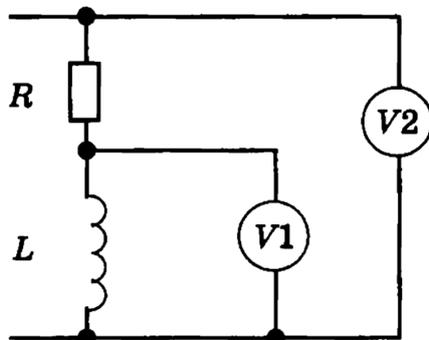
ЗАДАЧА 1. Вообще, токи и напряжения по комплексному методу корректно изображать комплексными функциями вида

$$x = X e^{i(\omega t + \varphi)}, \quad (2)$$

где ω — циклическая частота колебаний в цепи, t — время.

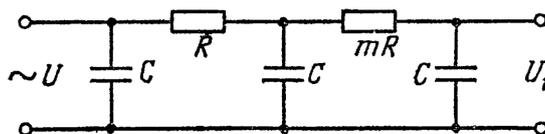
Рассмотрите произвольную цепь синусоидального тока одной частоты при установившемся режиме. Используя изображение (2), составьте по комплексному методу полную систему уравнений по правилам Кирхгофа и объясните, почему слагаемое ωt можно исключить при решении этой системы.

ЗАДАЧА 2. (Козел, Баканина, 3.214) Через последовательно соединенные резистор сопротивлением $R = 50$ Ом и катушку индуктивностью $L = 0,05$ Гн течет переменный ток с циклической частотой $\omega = 10^3$ с⁻¹ (см. рис.). Вольтметр $V1$ показывает напряжение $U_1 = 100$ В. Найдите показание вольтметра $V2$. Сопротивление вольтметра $V1$ очень велико.



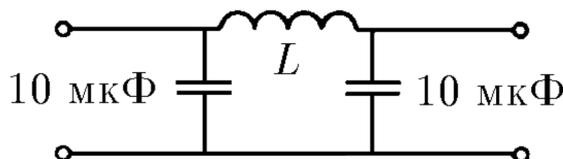
$$\sqrt{2}U_1$$

ЗАДАЧА 3. (Козел, Раиба, 3.241) На вход фильтра подано напряжение $U = U_0 \cos(\omega t)$, где $\omega = 1/(RC)$ (см. рис.). Определить амплитуду напряжения на выходе U_{01} .



$$U_{01} = U_0 (2m^2 + 2m + 5)^{-1/2}$$

ЗАДАЧА 4. (Савченко, 11.4.15) Подберите индуктивность дросселя так, чтобы амплитуда напряжения на выходе фильтра при частоте 100 Гц была в 10 раз меньше амплитуды на входе.



$$L = 2,8 \text{ Гн}$$