

Острые иглы

И. И. Кравченко

8 сентября 2026 г.

Предлагаем решение на основе эксперимента для следующей физической задачи.

Оцените размер острия иглы.

1 Введение

Сделаем решение методом зажигания коронного разряда.

Мы знаем, что у заряженных тел вблизи их острий, характеризуемых радиусом кривизны (что можно считать искомой величиной по задаче!), напряженность электрического поля может достигать очень больших значений, так что может произойти пробой окружающей среды. Обычно говорят, например, о максимальной напряженности нормального воздуха как $E_{\text{кр.в}} \approx 3 \text{ МВ/м}$, выше которой с поверхности острия будут стекать заряды. Используем этот факт применительно к явлению коронного разряда с учетом его теории.

Метод коронного разряда вначале удобен тем, что его можно видеть в эксперименте, а значит — можно рассмотреть электрическое поле, при котором он начинается, и далее связать это с радиусом кривизны острия.

Однако, зажигание короны можно и не увидеть, но можно зафиксировать момент скачкообразного возрастания тока до значения порядка 1 мкА [1].

2 Установка эксперимента

Коронный разряд будем получать на острие иглы, расположенной прямо против проводящей плоскости. Игла будет катодом, плоскость — анодом, между которыми подаем напряжение. Система в нормальном воздухе.

Острые иглы моделируем параболоидной формой. Радиус его кривизны r , расстояние от острия до плоскости d .

Напряжение зажигания короны, которое измерили, обозначаем U_c .

3 Расчет

Расчет ведем по теории газового разряда [1]. Вначале теоретические сведения.

Между острием параболоидной формы с радиусом закругления r и перпендикулярной плоскостью на расстоянии d напряженность поля E на расстоянии x

от конца острия вдоль продолжения его оси равно [1]

$$E = \frac{2U}{(r + 2x) \ln(2d/r + 1)}, \quad E_{\max} \approx \frac{2U}{r \ln(2d/r)}. \quad (1)$$

где U — напряжение между иглой и плоскостью.

Если измерено напряжение U_c , то по формулам (1) не хватает значений напряженности для вычислений.

Далее посмотрим на условие зажигания короны [1]

$$\int_0^{x_1} [\alpha(x) - a(x)] dx = \ln(1 + \gamma^{-1}),$$

где α, a — коэффициенты размножения и прилипания, x_1 — координата от поверхности катода, где $\alpha = a$ (прекращается размножение электронов), $\gamma \sim 10^{-4}$ — эффективный коэффициент вторичной эмиссии.

С учетом обозначения для эффективного коэффициента размножения $\alpha_{\text{э}} = \alpha - a$:

$$\int_0^{x_1} \alpha_{\text{э}} dx = \ln(1 + \gamma^{-1}), \quad (2)$$

Посмотрим, что получится из условия (2).

В технике высоких напряжений для $\alpha_{\text{э}}$ [2]¹:

$$\alpha_{\text{э}} = \frac{0,2}{\delta} (E [\text{кВ/см}] - 24,5\delta)^2 \text{ 1/см},$$

где δ — отношение плотности воздуха к нормальной, принимаем равным 1.

Поле для координаты x_1 найдем из требования $\alpha_{\text{э}} = 0$:

$$E_1 = 24,5 \text{ кВ/см}.$$

Координата x_1 из (1):

$$x_1 = \frac{r}{2} \left(\frac{E_{\max}}{E_1} - 1 \right),$$

$d \gg r$.

Подставим $\alpha_{\text{э}}(E)$ под интеграл и, используя связи (1), проведем интегрирование (2). Получим для (2) после интегрирования:

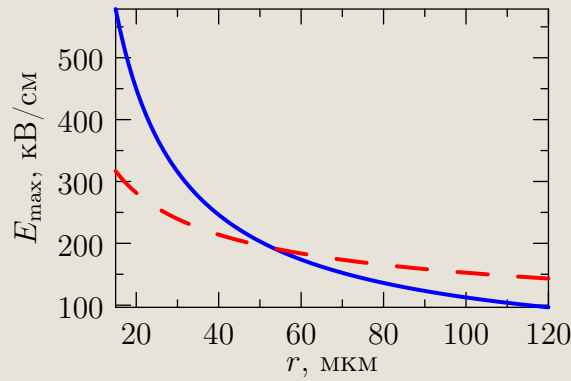
$$\frac{ar}{2} \left(E_{\max}^2 - b^2 + 2bE_{\max} \ln \frac{b}{E_{\max}} \right) \sim 9, \quad (3)$$

где $a = 0,2$, $b \equiv E_1 = 24,5$.

Используя связь (1) можно по (3) численно или графически находить r .

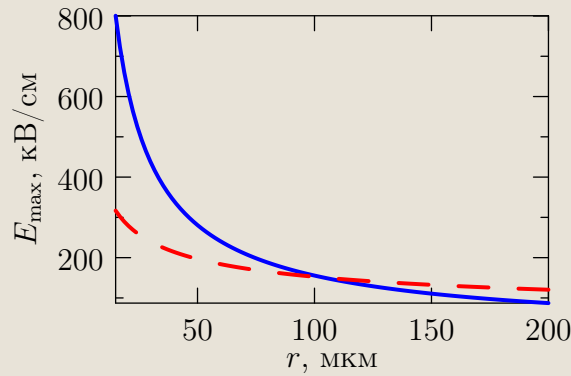
Ниже показано графическое решение для значений $U_c = 3.6 \text{ кВ}$ и $d = 3 \text{ см}$: синяя кривая показывает зависимость $E_{\max}(r)$ по формуле (1), а красная кривая показывает $E_{\max}(r)$ по формуле (3).

¹Аппроксимация для эффективного коэффициента размножения $\alpha_{\text{э}}$ для воздуха из электротехники в виде $\alpha_{\text{э}} = 0,14\delta \left\{ (E [\text{кВ/см}]/31\delta)^2 - 1 \right\} \text{ см}^{-1}$ в параграфе «Коронный разряд» книги [1] не согласуется с результатами экспериментов и экспериментальными данными для численных значений $\alpha_{\text{э}}$ в этой же книге (пар. 4, гл. 14 [1]).



Точка пересечения — искомый радиус. Опыты [3] показывают, что при $d = 3$ см и $U_c = 3.6$ kV радиус кривизны составляет $r = 30$ мкм. Имеется согласие по порядку с нахождением по графику выше.

Также покажем графическое решение для $U_c = 5$ kV и $d = 3.1$ см.



Это по порядку согласуется с экспериментальными данными книги [1] (в параграфе «Коронный разряд»), которые указывают, что было использовано острие с $r = 170$ мкм.

Литература

- [1] Ю. П. Райзер. *Физика газового разряда*. Наука, 1992.
- [2] В. В. Базуткин, В.П. Ларионов и Ю.С. Пинталь. *Техника высоких напряжений: Изоляция и перенапряжения в электрических системах*. Энергия, 1986.
- [3] Vladimir Kuznetsov, Victor Tarasenko, Alexander Kokovin, and Andrey Kozyrev. “Atmospheric Pressure Corona Discharge in the Needle-Plane Electrode System: Influence of Field Peaking on Electrophysical Parameters”. In: *2020 7th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE)*. IEEE. 2020, pp. 369–373.
- [4] И. И. Воробьев, П. И. Зубков, Г. А. Кутузова, О. Я. Савченко, А. М. Трубочев и В. Г. Харитонов. *Задачи по физике*. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2008.
- [5] Д. В. Сивухин. *Общий курс физики. Электричество*. Наука, 1979.
- [6] П. Л. Капица. *Физические задачи*. Знание, 1966.

- [7] Б. А. Мукушев. «Метод графических оценок». В: *Квант* 12 (1989).
- [8] Я. Б. Зельдович и И. М. Яглом. *Высшая математика для начинающих физиков и техников*. Наука, 1982.
- [9] А. Б. Мигдал. *Качественные методы в квантовой теории*. Наука, 1975.
- [10] Я. Б. Зельдович и А. Д. Мышкис. *Элементы прикладной математики*. Наука, 1972.
- [11] Ю. М. Волченко. *Научная графика на языке Asymptote*. 2018.
- [12] Charles Staats III. *Пособие по Asymptote*. 2022.