

Полость под океаном

И. И. Кравченко, 23 сентября, 2024.

Интересная задача, связанная с проблемой объяснения «прогиба» поверхности океана в одном из мест планеты Земля, предлагается в сборнике под названием «Задачи по физике» [1], авторами которого являются И. Ш. Слободецкий и Л. Г. Асламазов (в этом пособии есть и много других «задач — малых самостоятельных исследований»).

Пишут, что астронавты «Skylab» с помощью их специального радиолокационного высотомера обнаружили, что поверхность океана в районе «Бурмудского треугольника» ниже нормального уровня на 25 метров (см., например, журнал «Наука и жизнь», 1976, №9). Предполагая, что этот «прогиб» можно объяснить наличием под дном океана шаровой полости, заполненной водой, оценить радиус этой полости. Глубина океана $H = 6$ км.

Формулировка этой задачи напоминает в «перевернутом» виде условие одной из задач П. Л. Капицы, в которой требуется определить искажение поверхности жидкости, производимое силой тяготения шара. В статье [2] автор, с учетом уточнения условия и допущений, попытался «справиться» с задачей методом размерностей, однако для однозначного ответа не хватило дополнительной информации (особенно результатов измерений). Однако, в условии нашей задачи о «прогибе» поверхности океана есть численные данные наблюдений, что повышает шансы на успех при использовании метода размерностей, так что будем действовать по аналогии с

подходом к решению задачи Капицы в упомянутой статье. (Ситуации, где методу размерностей «помогает» дополнительная информация, рассматриваются в статье [3].)

Ясно, что глубина y «прогиба» зависит от гравитационной постоянной G , «вырезанной» из планеты массы m (которая «была в полости»), расстояния L от поверхности океана до центра полости, ускорения g свободного падения, создаваемого только планетой¹. (Пусть в задаче не играют роли свойства жидкости океана; условия, при которых здесь свойства жидкости могут не приниматься во внимание, указаны в статье [2].)

Зависимость полагаем в виде:

$$y \sim G^\alpha m^\beta L^\gamma g^\varphi. \quad (1)$$

Размерности величин: $[y] = \text{м}$, $[G] = \text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$, $[m] = \text{кг}$, $[L] = \text{м}$, $[g] = \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$.

Анализ по методу размерностей пока дает следующее (подробности см. в статье [2]):

$$y \sim \left(\frac{Gm}{g} \right)^\alpha L^{1-2\alpha}. \quad (2)$$

Здесь пока совсем не фигурирует искомый радиус r полости. Положим, что радиус полости порядка глубины океана: $r \sim H$. С учетом сказанного расстояние $L = H + r$ для простоты будем считать порядка r , так что формула (2) переписывается:

$$y \sim \left(\frac{Gm}{g} \right)^\alpha r^{1-2\alpha}. \quad (3)$$

«Вырезанная» масса m в формуле (3) не позволяет уточнить эту формулу (не хватает данных для нахождения показателя α). Учитывая, что $m \sim \rho r^3 \sim Mr^3/R^3$ (где M — масса

¹Заполненную водой полость считаем как бы «пустой»; можете самостоятельно провести все дальнейшие рассуждения, понимая под m массу, на которую уменьшается масса вещества в объеме полости.

Земли, R — радиус Земли), преобразуем формулу (3):

$$y \sim \left(\frac{GM}{R^3 g} \right)^\alpha r^{1+\alpha}. \quad (4)$$

По условию $y = 25$ м; принимая для оценки

$$\begin{aligned} G &\sim 10^{-11} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^{-2}, \\ M &\sim 10^{24} \text{ кг}, \\ R &\sim 10^6 \text{ м}, \\ g &\sim 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}, \\ r &\sim H \sim 10^4 \text{ м} \end{aligned}$$

и подставляя значения указанных величин в зависимость (4), проверяем, что при $\alpha = 1$ эта зависимость дает правильную связь («разумные» показатели степени в формулах обычно бывают целыми числами или простыми дробями [3]).

Итак, радиус r из формулы (4) при $\alpha = 1$ равен:

$$r \sim \sqrt{\frac{ygR^3}{GM}}. \quad (5)$$

Тем не менее, перед тем, как давать численную оценку r , покажем, что размер полости зависит от меньшего числа величин.

С учетом $g = GM/R^2$, связь (5) заметно упрощается:

$$r \sim \sqrt{yR}. \quad (6)$$

Радиус полости согласно этой формуле составляет порядка 12 км.

Литература

- [1] И. Ш. Слободецкий и Л. Г. Асламазов. *Задачи по физике*. Наука, 1980.
- [2] И. И. Кравченко. «О методе размерностей...» В: *Потенциал* 6 (2024).
- [3] Ю. М. Брук и А. Л. Стасенко. «Объять необъятное, или Ее пре-Подобие Размерность». В: *Квант* 2 (2019).