

## Разбивание стекла

И. И. Кравченко, 25 сентября, 2024.

Есть такая задача П. Л. Капицы.

С какой скоростью должен лететь теннисный мячик, чтобы он разбил стекло?

Пусть имеем дело с центральным ударом в оконное стекло нормальных размеров. Понятно, что при столкновении мяча со стеклом, мяч действует на стекло с некоторой силой, а стекло при небольших скоростях мяча испытывает деформацию изгиба.

Максимальная сосредоточенная сила, которую выдерживает стекло в форме пластины зависит от его прочности на изгиб и его размеров. Учитывая, что наибольшая грань стекла имеет соотношение сторон порядка 1 : 2, сила  $F$ , при которой изгиб будет разрушающим, предположительно удовлетворяет такому оценочному условию [1]:

$$F \gtrsim \frac{\sigma_{\text{изг}} b h^2}{l}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{\text{изг}}$  — прочность на изгиб,  $b$  — ширина стекла (меньшее ребро наибольшей грани),  $h$  — толщина стекла,  $l$  — длина стекла (большее ребро наибольшей грани). Рассмотрели случай сосредоточенной нагрузки, опора на ролики; вывод — в учебниках по сопротивлению материалов (например, в [2]).

Пусть сила  $F$  развивается к моменту остановки мяча после удара. На сам мяч в этот момент действует такая же сила, которую оценим как скорость изменения импульса за время его торможения:

$$F \sim \frac{\Delta p}{\Delta t}, \quad (2)$$

где  $\Delta p$  — изменение импульса мяча за время  $\Delta t$  от начала удара до остановки мяча.

Ясно, что

$$\Delta p = mv, \quad (3)$$

где  $m$  и  $v$  — масса и скорость мяча перед ударом.

Время  $\Delta t$  соударения мяча со стенкой найдем с использованием модели, описанной в комментарии к задаче № 9 в книге [3]:

$$\Delta t \sim \sqrt{\frac{m}{R P_{\text{изб}}}}, \quad (4)$$

где  $R$  — радиус мяча,  $P_{\text{изб}}$  — избыточное давление внутри мяча относительно атмосферного давления.

Совмещая формулы (1)–(4), получаем условие для скоростей, «разбивающих» стекло:

$$v \gtrsim \frac{\sigma_{\text{изг}} b h^2}{l \sqrt{m R P_{\text{изб}}}}.$$

Сделаем численные оценки. Пусть  $\sigma_{\text{изг}} \sim 10^8$  Па (см. [4]),  $b \sim 1$  м,  $h \sim 10^{-3}$  м,  $l \sim 1$  м,  $m \sim 10^{-2}$  кг,  $R \sim 10^{-1}$  м,  $P_{\text{изб}} \sim 10^5$  Па. Тогда:

$$v \gtrsim 10 \text{ м/с.}$$

Осталось проверить этот результат в безвредном опыте.

## Литература

- [1] ГОСТ 32281.3–2013. *Стекло и изделия из него. Определение прочности на изгиб*. 2014.
- [2] С. П. Тимошенко. *Сопротивление материалов*. Физматлит, 1965.
- [3] А. П. Кузнецов и др. *Физика: от оценок к исследованию*. Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009.
- [4] Н. В. Никоноров и др. *Оптическое материаловедение: основы прочности оптического стекла*. СПбГУ ИТМО, 2009.